

Weshalb Gymnasiasten schlecht in Mathe sind

Kein anderes Fach bereitet an den Schweizer Gymnasien so viele Probleme wie die Mathematik. Alleine an den Schülern liegt das nicht.

Michael Furger

Die Zahlen sind besorgniserregend. 47 Prozent der Gymnasiasten haben in den letzten beiden Jahren im Kanton Bern eine ungenügende Maturaprüfung in Mathematik erhalten. Gesamtschweizerische Zahlen aus früheren Jahren bestätigen das Problem. In keinem anderen Schulfach werden so häufig ungenügende Noten geschrieben. Die Mathematiklehrer sehen den

Grund im fehlenden Fleiss und Durchhaltewillen der Schüler. Sie würden Mathematik bewusst vernachlässigen und die schlechten Noten mit Leistungen in anderen, weniger anspruchsvollen Fächern kompensieren. Das heutige Maturitätsreglement begünstige dieses Vorgehen. Doch so einfach ist die Gleichung nicht. Der Unterricht der Mathematiklehrer sei ebenfalls schuld an der Misere, sagen Fachleute. Er sei oft nur auf die guten Mathe-Schüler ausgerichtet. Durchschnittliche Schüler würden überfordert und verlieren die Motivation, was sich negativ auf ihre Leistung auswirke.

Seite 22

NZ am Samstag, 15. 2. 2014

Das kann doch nicht

Kein Schulfach bereitet den Schweizer Gymnasiasten so viele Probleme wie die Mathematik. Liegt am fehlenden Fleiss der Schüler. Doch so einfach ist die Rechnung nicht. **Von Michael**

Nehmen wir an, eine Mannschaft besteht aus einem Torhüter, zwei Verteidigern und drei Stürmern. Ein Trainer hat drei Torhüter, sechs Verteidiger und zwölf Stürmer zur Verfügung. Einer der Stürmer heisst Paul. Wie viele verschiedene Mannschaftsaufstellungen gibt es, in denen Paul dabei ist?

Ist das schwierig? Die Aufgabe ist Teil einer Mathematik-Maturitätsprüfung aus dem Jahr 2012 an einem Schweizer Gymnasium. Sie gibt einen Punkt. Für einen Sechser braucht man 40 Punkte. Allzu lange sollte man also nicht studieren. Die Lösung lautet 2475.

Wie viele Schüler den Punkt seinerzeit geholt haben, ist nicht überliefert. Aber dass einige an Paul und seinen Mannschaftskollegen gescheitert sind, das muss man annehmen angesichts der erbärmlichen Mathematikleistungen an den Schweizer Maturaprüfungen. Die jüngste Meldung kam letzte Woche aus dem Kanton Bern. 47 Prozent der Maturanden waren in Mathematik ungenügend. Ein Jahr zuvor war die Quote ähnlich hoch. Der Notendurchschnitt lag in beiden Jahren bei 3,82, knapp 20 Prozent der Schüler stürzten richtiggehend ab. Jürg Schmid, der Präsident der Berner Maturitätskommission und Professor für Mathematik, kann es kaum fassen und sieht den Kanton in einer Mathe-Misere. Sie scheint sich nicht auf Bern zu beschränken. Schon 2008 kam eine gesamtschweizerische Studie zum Schluss, dass über 41 Prozent aller Maturanden bei der schriftlichen Mathematikprüfung eine ungenügende Note erzielten.

Mathe-Misere - das klingt seltsam in einem Land, das laut der Pisa-Studie zur Weltspitze in der Mathematik gehört, übertroffen einzig von den asiatischen Ländern. Mit anderen Worten: In keinem westlichen Land können die 15-Jährigen besser rechnen als in der Schweiz. Und ausgerechnet hier und in diesem Fach knicken die Gymnasiasten, also die Besten eines Jahrgangs, reihenweise ein. Was läuft da schief?

Mathematikprofessor Jürg Schmid macht eine einfache Rechnung: Seit der Maturitätsreform von 2007 ist die Mathematiknote eine von 13 Noten, die darüber entscheidet, ob die Matura bestanden ist. Ungenügende Noten lassen sich mit genügenden kompensieren. «Wer also knapp dran ist, wird sich überlegen, in welchem Fach er mit wenig Aufwand eine gute Note erzielen kann», sagt Schmid. Mathematik gehört offenbar nicht dazu. Deshalb gäben Schüler das Fach innerlich auf und gleichen die Note mit anderen Fächern aus.

Das ist ökonomisches Verhalten und per se nicht verwerflich. Das Beispiel beweist immerhin: Die Schüler können rechnen. Aber wenn Schüler tatsächlich einzelne Fächer bewusst sausen lassen, weshalb ist es dann meistens die Mathematik? Denn dass es so ist, lässt sich belegen. «Von jenen Maturanden, die scheiterten, haben 74 Prozent eine ungenügende Note in Mathematik und 66 Prozent

eine solche in der zweiten Landessprache», sagt Franz Eberle. Er ist Professor für Gymnasialpädagogik an der Universität Zürich und gilt als der renommierteste Forscher zur Schweizer Maturität.

Was er schon vor Jahren herausgefunden hat, bestätigt eine kürzlich veröffentlichte Erhebung der Akademien der Wissenschaften. In keinem anderen Fach werden so viele ungenügende Zeugnisnoten verteilt wie in der Mathematik. Bei den Knaben sind die Abstürze im Französisch zwar noch dramatischer, aber das ist ein rein männliches Problem. Bei der Mathematik hingegen scheitern beide Geschlechter, und zwar in einem Ausmass von rund 20 Prozent. Erhoben wurde auch die Beliebtheit der Schulfächer. Mathematik liegt im letzten Drittel. Sie ist bei jungen Männern etwa so populär wie das Fach Singen.

Wer nichts kapiert, hat Pech gehabt

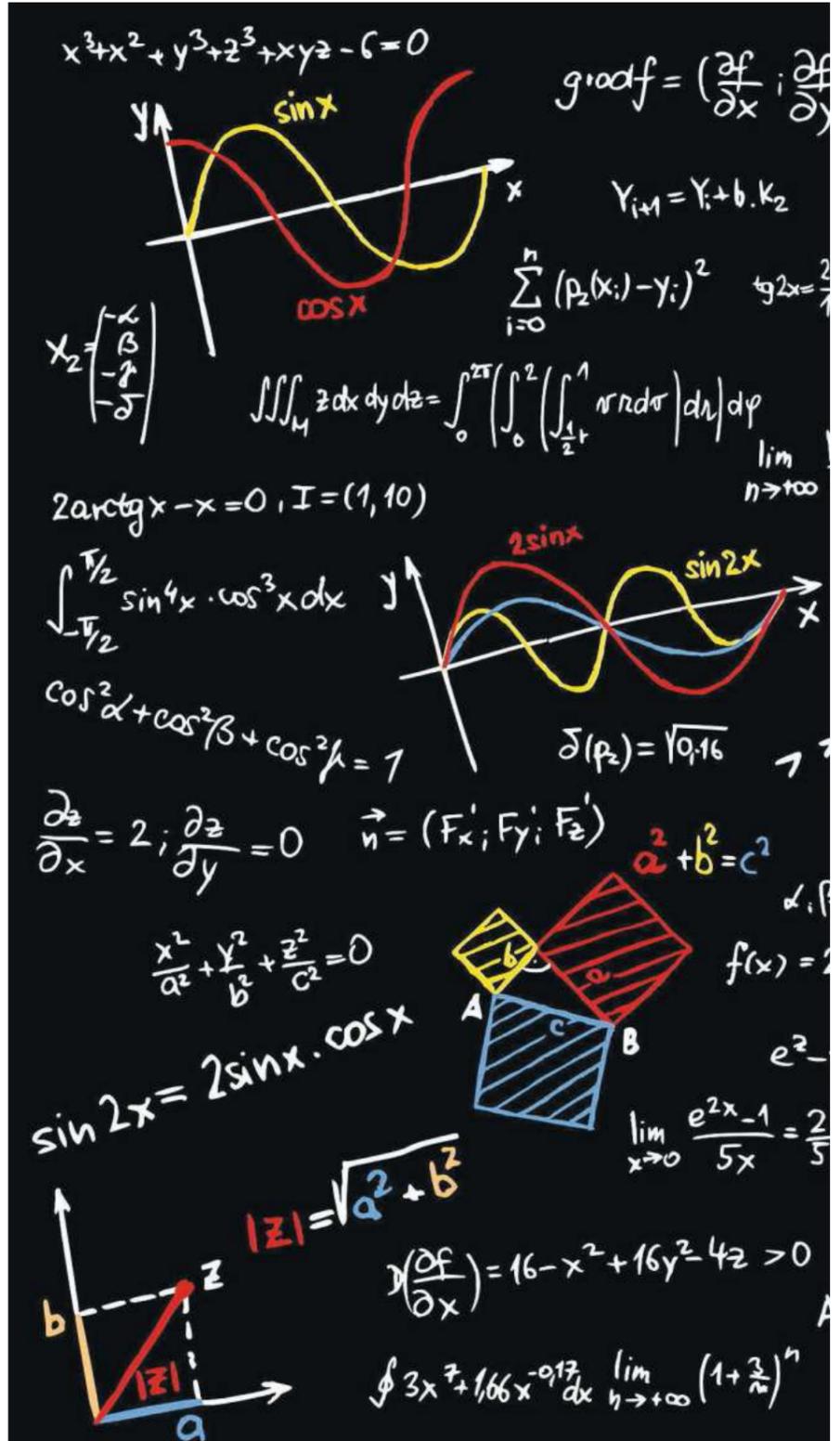
Für das Imageproblem ihres Fachs haben Mathematiklehrer eine einfache Erklärung: Mathematik ist streng. Mathematikprofessor Jürg Schmid sagt es so: «Es ist einfach, die Leute fütteleblut auszuziehen.» Wer keine Ahnung hat, kann das nicht lange verbergen. Mathematik verzeiht nicht den geringsten Fehler. Anders als bei Sprachen, kann man einen Sachverhalt nicht unterschiedlich betrachten, interpretieren oder sich aus einer Ungenauigkeit herausreden. Die Leistungen sind exakt messbar. «Mathematik verlangt Disziplin, Ausdauer und Sorgfalt. Das sind nicht die Eigenschaften, die einem als Erstes in den Sinn kommen, wenn man an einen pubertierenden Jugendlichen denkt», sagt Markus Egli, ein langjähriger Mathematiklehrer an der Kantonsschule Wiedikon in Zürich. Erschwerend kommt hinzu, dass die Inhalte einander aufbauen. Wer sich bei der Trigonometrie eine Auszeit gönnt, wird es in der Vektorgeometrie bereuen. Mathematik ist ein gefährliches Fach. Einmal vom Pfad abgekommen, verirrt man sich immer tiefer in einen dunklen Wald.

Besonders heimtückisch ist, dass sich mathematisches Versagen auch in den Köpfen festsetzt. «Frühe negative Erlebnisse mit Mathematik führen zu einem negativen mathematischen Selbstkonzept», sagt Bildungsforscher Franz Eberle. Übersetzt heisst das: Wer schlechte Noten einfährt, erklärt sich das mit fehlender Begabung und nicht mit fehlender Anstrengung. Und wer sich für unbegabt hält, sieht wenig Anlass, sich weiter Mühe zu geben. Das negative Selbstkonzept gibt es auch in den anderen Fächern. Aber im Fach Mathematik sei es besonders häufig, sagt Eberle.

Der Schüler ist also das Problem. Das Fach wäre eine Perle, aber der Lernende quält sich zu wenig, er scheut den Aufwand, er lässt sich durch schlechte Noten demotivieren, statt unablässig zu üben. Franziska Widmer sieht das anders. Sie war viele Jahre Rektorin der Kantonsschule Rychenberg in Winterthur und sagt heute: «Der Mathematikunterricht an den Gymnasien ist nicht auf die Durchschnittsschüler ausgerichtet, sondern auf diejenigen,

3 In einer Befragung nach den wichtigsten Schulfächern aus Sicht der Maturanden schaffte es die Mathematik auf Platz 3. Die Ränge davor gingen an Englisch (1) und Deutsch (2). Gefragt wurde, wie wichtig das Fach im Hinblick auf ein Studium eingeschätzt wird. Auf dem letzten Platz landete Griechisch.

19 Zur Lösung des Problems der schlechten Mathematiknoten schlagen Mathematiklehrer die 19-Punkte-Regel vor: Die Summe der fünf tiefsten Noten muss mindestens 19 Punkte betragen. Damit wären ungenügende Noten weiterhin möglich, sehr tiefe Noten hingegen kaum mehr. Mehr als ein Vorschlag ist die Regel derzeit nicht.



Was Maturanden beherrschen müssen

Aufgaben einer aktuellen Maturaprüfung in der Schweiz

Aufgrund langjähriger Erfahrungen rechnen die Züchter einer Tierart für die Geburt eines Weibchens mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0,6$.

- Bei einem Züchter werden in einem Jahr 30 Nachkommen geboren. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind darunter mehr Weibchen als Männchen?
- Die Mitglieder eines Züchterverbandes registrieren in einem Jahr 700 Geburten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind darunter mehr als 400 Weibchen? Rechnen Sie mit der Normalverteilung.
- Die Mitglieder des Züchterverbandes wollen im nächsten Jahr mindestens 450 Weibchen haben. Wie viele Geburten müssen mindestens stattfinden, damit dieses Ziel mit 99%-iger Sicherheit erreicht wird?
- Eine Statistikerin hat das Gefühl, dass die angenommene Wahrscheinlichkeit $p = 0,6$ nicht stimmt. Sie analysiert die Zahlen der letzten zwei Monate und stellt fest, dass von 120 Kälbern genau 65 Weibchen waren. Führen Sie zu diesen Angaben einen ausführlich formulierten Hypothesentest durch. ($\alpha = 5\%$)

Lösung
 $n = 30$
 $p = 0,6$
 $k = 16,30$
 also erhält man (Benutzung Taschenrechner) eine Wahrscheinlichkeit von 82,46%
b) Normalverteilung
 Mittelwert: $\mu = 700 \times 0,6 = 420$
 Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{700 \times 0,6 \times 0,4} = 12,96$
 Integral von 400 bis ∞
 also erhält man (Benutzung Taschenrechner) eine Wahrscheinlichkeit von 93,86%
c) Normalverteilung
 Mittelwert: $\mu = n \times p,6$
 Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \times 0,6 \times 0,4}$
 Die 1% Perzentile (Benutzung Taschenrechner: $\Phi(z) = 0,01 \Rightarrow z = -2,33$)
 liefert $n = 803,85$, also mindestens 804 Geburten.
d) Mittelwert: $\mu = 120 \times 0,6 = 72$
 Der erwartete Wert liegt bei 72 Geburten von Weibchen. Der beobachtete Wert liegt also tiefer.
 $H_0: p = 0,6$
 $H_1: p < 0,6$
 Mit Binomialverteilung ($n = 120, p = 0,6, k = 65$) erhält man (Benutzung Taschenrechner) $s = 11,34\%$, was grösser ist als $\alpha = 5\%$. Man behält also die Hypothese H_0 bei, das heisst, das Gefühl der Statistikerin stimmt nicht.

die Mathe studieren möchten. Da haben alle anderen gute Gründe, sich innerlich zu verabschieden.»

Widmer stützt sich auf eine wissenschaftliche Evaluation des zweisprachigen Unterrichts an Gymnasien. Dabei stellte man fest, dass in der Regel das Verstehen des Stoffs davon abhängt, ob ein Fach in der Muttersprache oder in einer Fremdsprache unterrichtet wird – nur in der Mathematik nicht. Die Experten vermuten: Mathematik wird in der Schule nicht erklärend mithilfe von Sprache vermittelt, sondern ist quasi eine Sprache für sich selbst. Wer sie nicht versteht, hat Pech gehabt. Widmer hat auch die Schülerinnen und Schüler ihrer Schule befragt. «Nach Meinung der Gymnasiasten kann man in jedem Fach mit intensiverem Lernen bessere Noten erzielen. Nur in der Mathematik glauben sie das nicht.»

Daran sind laut Widmer die Mathematiklehrer mit ihrem Fokus auf die Besten mitverantwortlich. «Natürlich ist es für einen Lehrer weniger interessant, so zu unterrichten, dass auch der Schlechteste folgen kann. Aber es ist sein Grundauftrag.»

Zu einem ähnlichen Schluss ist Elsbeth Stern gekommen. Sie ist Professorin für Lehr- und Lernforschung an der ETH Zürich. Der Mathematikunterricht an den Gymnasien überzeugt sie nicht. «Viele Lehrer spulen Übungen ab, anstatt sich zu bemühen, allen Schülern ein tiefes Verständnis für den Stoff zu vermitteln», sagt sie. Stern beobachtet eine eigentümliche Haltung der Lehrer zu ihrem Fach, wenn es darum ginge, den Schülern mit praktischen Anwendungen zu zeigen, wofür Mathematik gut sei. «Das ist für viele eine Beschmutzung des Fachs. Es ist gerade so, als wollten die Lehrer ihr abstraktes Fach vor dem Bezug zur Praxis schützen.»

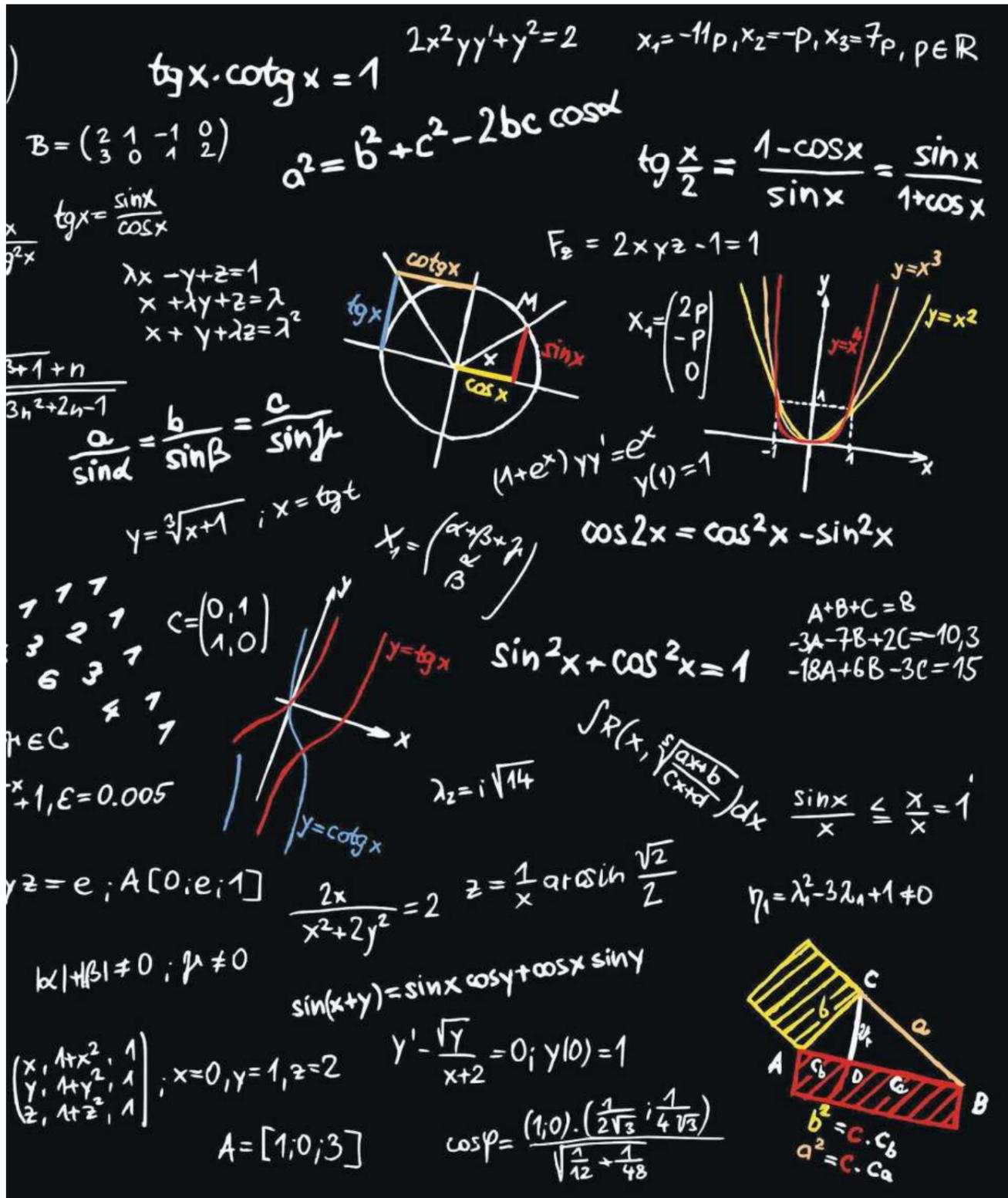
Es geht nicht um Begabung

Viele Lehrer gingen zudem davon aus, dass Mathematik eine spezielle Begabung erfordere. «Das ist Unsinn», sagt Stern. Mathematik an den Gymnasien sei allgemeinbildend. Niemand mit überdurchschnittlicher Intelligenz sollte Probleme haben mit dem Stoff. Und überdurchschnittlich intelligent seien die meisten Gymisüler. «Wenn solche Jugend-

...so schwer sein

ik. Die Quote der Gescheiterten ist beunruhigend hoch. Mathematiker finden, das

I Furger



Mathematik im Alltag

Auch Bienen rechnen

«In Mathe war ich eine Pfeife» – so was von sich zu sagen, bereitet heute kaum mehr jemandem Mühe, im Gegenteil. Mit schlechten Mathematiknoten brüsten sich viele ungeniert. Mit schlechten Deutschkenntnissen zu prahlen, käme hingegen niemandem in den Sinn.

Daniela Grawehr kann das nicht verstehen. Sie ist Mathematiklehrerin und Präsidentin der Deutschschweizerischen Mathematik-Kommission. «In einer Gesellschaft, in der vieles von Zahlen abhängt und mit Zahlen begründet wird, ist es tragisch, stolz auf schlechte Mathe-Leistungen zu sein.» Viele Errungenschaften des modernen Lebens gründen auf mathematischen Grundsätzen und Modellen: Computer, Verkehrssteuerung, Wetterprognosen, Stromversorgung, um nur einige zu nennen.

Die Mathematik begegnet uns auch in der Natur. Bienen bauen sechseckige Waben, weil es das optimale Muster ist, Zellen möglichst eng zusammenzupacken. Ausserdem haben die Kanten eines Sechseck-Musters die geringste Gesamtlänge. Die Bienen müssen so also am wenigsten Wachs produzieren.

In der Kunst wird das mathematische Teilungsverhältnis des Goldenen Schnitts als Instrument für ästhetische Proportionen benutzt. Selbst das Papier-

format DIN beruht auf strengen mathematischen Regeln. Das Verhältnis der kurzen zur langen Seite verhält sich immer gleich (die Wurzel aus 2, also etwa 1,4).

Doch die Beschäftigung mit Mathematik geht weit über den konkreten Inhalt hinaus.

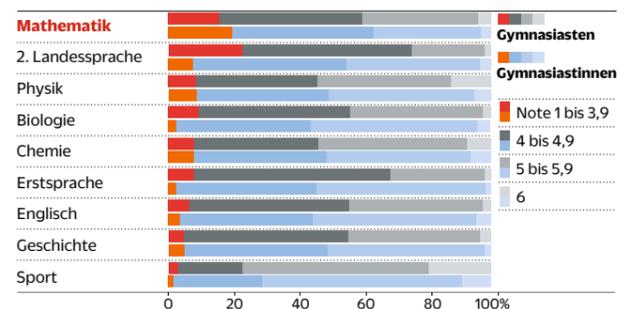
«Mathematik schult das strukturierte Denken», sagt Grawehr. «Man lernt, ein komplexes Problem in Einzelprobleme aufzuteilen und systematisch zu lösen.» Logisches Argumentieren, präzises Arbeiten, klares Definieren – fragt man Mathematiker, dann sprudeln die Argumente.

Oft wird auch behauptet, ein guter Rechtsanwalt müsse ein guter Mathematiker sein, weil er gelernt hat, lückenlos zu argumentieren. Dafür gibt es allerdings keinen Beweis. Dass Mathematik besser als andere Fächer die Denkfähigkeit schulen könne, sei ein Mythos und nicht empirisch belegt, sagt Bildungsforscher Franz Eberle.

Unbestritten ist aber die Bedeutung der Mathematik für anspruchsvolle technische Berufe wie Ingenieur, für jene Berufe also, in denen ein Fachkräftemangel zu beklagen ist. Doch auch in vielen Sozial- und Geisteswissenschaften werden Kenntnisse, etwa von Statistik, verlangt. Mathematik eignet sich daher gut als Selektionsinstrument im Studium. (fur.)

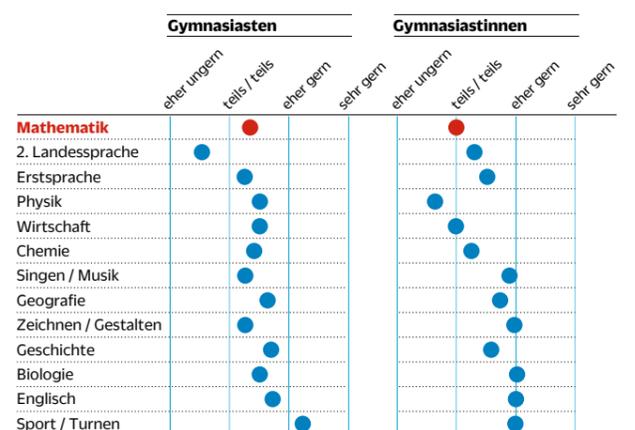
Problemfach Mathematik

Anteil der ungenügenden Zeugnisnoten pro Fach in Gymnasien



Begeisterung hält sich in Grenzen

Beliebtheit der Schulfächer in Schweizer Gymnasien



Quelle: Akademien der Wissenschaften Schweiz (2014)

lichen scheitern, ist der Unterricht nicht gut.» Man muss allerdings einwenden: Mathematik ist nicht nur anspruchsvoll zu lernen, sondern auch anspruchsvoll zu unterrichten. Auswendiglernen geht nur beschränkt. Die Schüler sollen etwas Abstraktes verstehen und in dieser abstrakten Welt selber denken. Wenn der Geografielehrer über Vulkanismus referiert, können sich alle etwas darunter vorstellen. In der Mathematik kann man zwar die Probleme mit Paul und seinen Sportkumpeln illustrieren. Sie bleiben jedoch abstrakt. Interessant ist im Sport, ob Pauls Team gewinnt, aber nicht, wie viele Varianten der Mannschaftsaufstellung theoretisch möglich sind.

«Lebensnähe herzustellen, ist schwierig. Die Mathematik ist nun mal eine theoretische Wissenschaft», sagt Martin Andermatt, Projektor und Mathematiklehrer an der Zürcher Kantonsschule Wiedikon. Doch man müsse es versuchen. «Der Mathematikunterricht ist wahrscheinlich stärker abhängig vom Lehrer oder der Lehrerin als jedes andere Fach.»

Andermatt sitzt in einer Expertengruppe von Bildungsforscher Franz Eberle. Dieser hat

von den Schweizer Bildungsdirektoren die Aufgabe gefasst, Vorschläge zu machen, wie die hohe Quote von ungenügenden Mathematikleistungen gesenkt werden könnte. Eberle hat das Konzept der sogenannten «basalen Kompetenzen für die Studierfähigkeit» entwickelt. Für Mathematik und für die Erstsprache sollen Lerninhalte bestimmt werden, die jeder Maturand beherrschen muss, weil sie essenziell sind für ein Hochschulstudium. Was über diese Kompetenzen hinausgeht, daran sollen Gymnasiasten weiterhin scheitern dürfen.

Die Bildungsdirektoren verabschieden das Konzept voraussichtlich im Mai. Dann wird die Diskussion losgehen. Denn parallel dazu

Mathematik ist ein gefährliches Fach. Einmal vom Pfad abgekommen, verirrt man sich immer tiefer in einen dunklen Wald.

haben Mathematiker aus Gymnasien und Hochschulen den sogenannten Kanon Mathematik neu geschrieben; eine Zusammenstellung des unverzichtbaren Mathematik-Stoffs für Gymnasien. Der Kanon ist kein offizielles Werk, aber die Schulen haben sich bisher daran orientiert. Das Problem ist: Die Hochschulen wollen von uns Maturanden, die bestens vorbereitet sind für ein naturwissenschaftliches Studium, sagt Martin Andermatt. «Doch viele unserer Schüler werden Sprachen studieren. Und darauf müssen sie ebenso gut vorbereitet sein.»

In mindestens einem Punkt sei die Mathematik aber auch für diese Schüler wichtig. «Es geht auch um Durchhaltewillen.» Einem verzweifelten Schüler hat Andermatt einmal gesagt: «Vielleicht brauchen Sie nie mehr Mathe, aber wenn Sie es schaffen, etwas zu erreichen in einem Fach, das Sie nicht mögen, dann haben Sie viel fürs Leben gelernt.»